

**PENINGKATAN PEMAHAMAN KONSEP GRADIEN DAN TURUNAN
PARSIAL MELALUI MODEL PROBLEM BASED LEARNING****Anil Hakim Syofra¹, Sri Rahmayanti², Aldo Arrohim³**^{1,2,3}Pendidikan Matematika, Universitas Asahanemail: aldoarrohim@gmail.com**Abstract**

Understanding gradients and partial derivatives is an essential competence in multivariable calculus courses. However, many students still experience difficulties in conceptual and applicative understanding. This study aims to improve students' understanding of gradient and partial derivative concepts through the implementation of the Problem Based Learning (PBL) model. This research employed classroom action research conducted in two cycles involving second-semester mathematics education students. Data were collected through concept understanding tests, observation sheets, and student response questionnaires. The results showed an improvement in students' conceptual understanding, indicated by increased average test scores and higher student participation during learning activities. Therefore, the Problem Based Learning model is effective in enhancing students' understanding of gradients and partial derivatives in multivariable calculus courses.

Keywords: problem based learning, gradient, partial derivatives, multivariable calculus**Abstrak**

Pemahaman konsep gradien dan turunan parsial merupakan kompetensi penting dalam mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak. Namun, masih banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep tersebut secara konseptual dan aplikatif. Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan pemahaman konsep gradien dan turunan parsial mahasiswa melalui penerapan model Problem Based Learning (PBL). Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan dalam dua siklus dengan subjek mahasiswa semester II program studi Pendidikan Matematika. Teknik pengumpulan data meliputi tes pemahaman konsep, lembar observasi, dan angket respon mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan adanya peningkatan pemahaman konsep mahasiswa yang ditandai dengan meningkatnya nilai rata-rata dan keaktifan mahasiswa dalam pembelajaran. Dengan demikian, model Problem Based Learning efektif dalam meningkatkan pemahaman konsep gradien dan turunan parsial pada mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak.

Kata kunci: problem based learning, gradien, turunan parsial, kalkulus peubah banyak

PENDAHULUAN

Kalkulus Peubah Banyak merupakan mata kuliah inti yang berperan penting dalam membangun pemahaman matematika lanjutan mahasiswa, khususnya dalam bidang optimasi, pemodelan matematis, serta aplikasi dalam sains dan teknik. Konsep gradien dan turunan parsial menjadi fondasi utama dalam memahami perilaku fungsi multivariabel secara analitis maupun geometris. Pemahaman konseptual yang kuat diperlukan agar mahasiswa tidak hanya mampu melakukan manipulasi simbolik, tetapi juga memahami makna, hubungan, dan representasi konsep secara mendalam (Tall, 2016; Zandieh & Rasmussen, 2017).

Berbagai penelitian dalam satu dekade terakhir menunjukkan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memahami konsep gradien dan turunan parsial. Kesulitan tersebut umumnya berkaitan dengan lemahnya koordinasi antara representasi aljabar, geometris, dan kontekstual dari fungsi multivariabel (Bressoud et al., 2016; Rasmussen & Ellis, 2018; Stewart et al., 2020). Studi terkini juga menegaskan bahwa pemahaman geometrik terhadap turunan parsial masih menjadi tantangan utama dalam pembelajaran kalkulus tingkat lanjut, terutama ketika mahasiswa tidak dibiasakan dengan aktivitas eksploratif dan visual (Widder & Rasmussen, 2024).

Pembelajaran kalkulus yang masih berorientasi pada prosedur perhitungan menyebabkan mahasiswa cenderung menghafal rumus tanpa memahami makna konsep secara bermakna. Kondisi ini berdampak pada rendahnya kemampuan mahasiswa dalam mentransfer pengetahuan ke situasi baru dan menyelesaikan masalah kontekstual (Rasmussen & Ellis, 2018; Stewart et al., 2020). Oleh karena itu, diperlukan inovasi pembelajaran yang mampu memfasilitasi konstruksi pengetahuan, mendorong pemikiran tingkat tinggi, serta mengaitkan konsep dengan permasalahan nyata.

Salah satu pendekatan pembelajaran yang dinilai efektif untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah Problem Based Learning (PBL). PBL menempatkan masalah autentik sebagai titik awal pembelajaran dan mendorong mahasiswa untuk secara aktif membangun pengetahuan melalui diskusi, kolaborasi, dan refleksi (Loyens et al., 2015; Hmelo-Silver, 2017). Sejumlah penelitian mutakhir menunjukkan bahwa PBL secara konsisten mampu meningkatkan pemahaman konsep matematis, kemampuan representasi, serta pemecahan masalah pada berbagai jenjang pendidikan (Yew & Goh, 2016; Fitriani & Widodo, 2021; Megawati et al., 2024).

Dalam konteks pembelajaran matematika dan kalkulus, penerapan PBL terbukti memberikan dampak positif terhadap pemahaman konseptual dan keaktifan belajar mahasiswa. Penelitian Putri et al. (2019) serta Sari dan Surya (2022) menunjukkan bahwa mahasiswa yang belajar melalui PBL memiliki pemahaman konsep yang lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran konvensional. Temuan serupa juga dilaporkan oleh Dewi Setyas Tuti et al. (2024) dan Mahardhika dan Nurjanah (2025) yang menegaskan bahwa PBL membantu

mahasiswa membangun *concept image* dan *concept definition* yang lebih kuat melalui pemecahan masalah kontekstual.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan pemahaman konsep gradien dan turunan parsial mahasiswa melalui penerapan model Problem Based Learning pada mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan dalam dua siklus. Setiap siklus meliputi tahap perencanaan, pelaksanaan tindakan, observasi, dan refleksi. Subjek penelitian adalah 30 mahasiswa semester III Program Studi Pendidikan Matematika yang mengikuti mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak.

Instrumen penelitian terdiri atas tes pemahaman konsep gradien dan turunan parsial, lembar observasi aktivitas mahasiswa, dan angket respon mahasiswa. Indikator pemahaman konsep yang digunakan meliputi kemampuan menyatakan ulang konsep, merepresentasikan konsep secara matematis, menggunakan prosedur yang tepat, serta menerapkan konsep dalam pemecahan masalah.

Tabel 1. Indikator Pemahaman Konsep Gradien dan Turunan Parsial

No	Indikator	Deskripsi
1	Menyatakan ulang konsep	Menjelaskan konsep gradien dan turunan parsial dengan kata sendiri
2	Representasi matematis	Menyajikan konsep dalam bentuk aljabar dan geometris
3	Prosedural	Menghitung gradien dan turunan parsial dengan langkah benar
4	Aplikasi	Menerapkan konsep dalam permasalahan kontekstual

Data tes dianalisis secara kuantitatif dengan membandingkan nilai rata-rata dan ketuntasan belajar setiap siklus, sedangkan data observasi dan angket dianalisis secara deskriptif kualitatif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil tes pemahaman konsep gradien dan turunan parsial mahasiswa dianalisis berdasarkan indikator pemahaman konsep matematis. Analisis dilakukan pada tahap pra-siklus, siklus I, dan siklus II untuk melihat peningkatan pemahaman konsep setelah penerapan model Problem Based Learning.

Tabel 2. Hasil Pemahaman Konsep Gradien dan Turunan Parsial per Indikator

Indikator Konsep	Pemahaman	Pra-Siklus	Siklus I	Siklus II	Ketuntasan (%)
Menyatakan ulang konsep		55	68	82	87
Representasi matematis		50	66	80	83
Prosedural		60	72	85	90
Aplikasi konsep		45	60	78	80
Rata-rata		52,5	66,5	81,25	85

Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa seluruh indikator pemahaman konsep mengalami peningkatan dari pra-siklus hingga siklus II. Rata-rata skor pemahaman konsep meningkat dari 52,5 pada pra-siklus menjadi 66,5 pada siklus I dan meningkat lebih lanjut menjadi 81,25 pada siklus II. Persentase ketuntasan pada siklus II juga mencapai 85%, menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa telah mencapai kriteria yang ditetapkan. Peningkatan ini menunjukkan bahwa penerapan PBL mampu memfasilitasi pembelajaran yang lebih bermakna, karena mahasiswa tidak hanya mengerjakan soal sebagai rutinitas prosedural, tetapi juga memahami alasan dan konteks penggunaan konsep. Kenaikan yang relatif stabil dari pra-siklus ke siklus I dan meningkat lebih kuat pada siklus II mengindikasikan bahwa mahasiswa memerlukan waktu adaptasi untuk terbiasa dengan pola belajar berbasis masalah, sebelum memperoleh manfaat yang lebih optimal pada siklus berikutnya.

Pada indikator “menyatakan ulang konsep”, skor meningkat dari 55 pada pra-siklus menjadi 68 pada siklus I, dan mencapai 82 pada siklus II dengan ketuntasan 87%. Kenaikan ini menunjukkan bahwa mahasiswa semakin mampu menjelaskan kembali konsep gradien dan turunan parsial menggunakan bahasa sendiri secara benar. Pada tahap awal, sebagian mahasiswa cenderung menyebut definisi secara parsial atau mencampuradukkan makna gradien pada fungsi satu variabel dengan gradien pada fungsi dua variabel. Setelah penerapan PBL, mahasiswa lebih terbiasa mendiskusikan konsep, menuliskan definisi operasional, serta mengaitkannya dengan situasi masalah yang diberikan. Kegiatan diskusi dan presentasi dalam PBL mendorong mahasiswa menguji pemahamannya sendiri; ketika argumentasi kurang tepat, mahasiswa memperoleh umpan balik dari teman atau dosen, sehingga konsep yang awalnya kabur menjadi lebih jelas. Hal ini mengarah pada peningkatan kemampuan menyatakan ulang konsep yang bukan sekadar hafalan, tetapi memahami inti makna konsep.

Indikator “representasi matematis” menunjukkan peningkatan dari 50 pada pra-siklus menjadi 66 pada siklus I, lalu 80 pada siklus II dengan ketuntasan 83%. Hasil ini penting karena representasi merupakan kemampuan kunci dalam kalkulus multivariabel. Pada pra-siklus, skor indikator ini rendah karena mahasiswa sering kesulitan menghubungkan representasi aljabar dengan representasi geometris, misalnya menginterpretasikan gradien sebagai arah kenaikan tercepat, membaca kemiringan pada bidang singgung, atau memahami turunan parsial sebagai

perubahan fungsi terhadap satu variabel dengan variabel lain dianggap konstan. Dalam PBL, masalah kontekstual biasanya menuntut mahasiswa untuk memodelkan situasi nyata ke dalam bentuk fungsi, kemudian menafsirkan informasi secara visual maupun simbolik. Proses ini membantu mahasiswa membangun koordinasi antarrepresentasi secara bertahap. Peningkatan pada indikator ini konsisten dengan pandangan bahwa pemahaman kalkulus multivariabel menuntut integrasi berbagai representasi agar konsep tidak dipahami secara terpisah (Rasmussen & Ellis, 2018; Zandieh & Rasmussen, 2017). Dengan demikian, PBL memberikan ruang bagi mahasiswa untuk berlatih menerjemahkan informasi dari konteks masalah ke bentuk matematis, lalu kembali menafsirkan hasilnya secara konseptual.

Pada indikator “prosedural”, skor mahasiswa meningkat dari 60 pada pra-siklus menjadi 72 pada siklus I, lalu meningkat menjadi 85 pada siklus II dengan ketuntasan 90%. Peningkatan ini menunjukkan bahwa PBL tidak menghambat kemampuan prosedural, bahkan dapat memperkuatnya. Pada pra-siklus, mahasiswa cenderung mampu melakukan sebagian prosedur turunan parsial, tetapi masih sering keliru pada langkah-langkah tertentu, seperti kesalahan operasi aljabar, kekeliruan menerapkan aturan turunan pada fungsi komposisi, atau kurang teliti saat menentukan variabel yang dianggap konstan. Setelah pembelajaran berbasis masalah, mahasiswa lebih sering menggunakan prosedur dalam konteks yang bermakna. Ketika prosedur muncul sebagai alat untuk menyelesaikan masalah, mahasiswa lebih termotivasi memastikan langkah perhitungan benar karena hasilnya berdampak pada interpretasi solusi. Diskusi kelompok juga membantu mengurangi kesalahan prosedural karena mahasiswa saling mengecek langkah, membandingkan jawaban, dan memperbaiki kesalahan. Dampaknya, kemampuan prosedural meningkat bukan karena latihan mekanistik semata, melainkan karena prosedur dipahami sebagai bagian dari pemecahan masalah yang utuh.

Peningkatan paling signifikan terlihat pada indikator “aplikasi konsep”, yaitu dari 45 pada pra-siklus menjadi 60 pada siklus I dan meningkat menjadi 78 pada siklus II dengan ketuntasan 80%. Temuan ini mengindikasikan bahwa mahasiswa semakin mampu menerapkan gradien dan turunan parsial dalam permasalahan kontekstual atau situasi baru. Pada pra-siklus, mahasiswa cenderung kesulitan memulai ketika soal disajikan dalam bentuk cerita atau konteks, karena mereka tidak langsung melihat hubungan konteks dengan konsep turunan parsial. Mahasiswa sering tidak yakin kapan harus menggunakan gradien, bagaimana menafsirkan turunan parsial dalam konteks perubahan suatu besaran, atau bagaimana menghubungkan hasil perhitungan dengan makna masalah. Melalui PBL, mahasiswa dibiasakan menghadapi masalah autentik yang membutuhkan identifikasi informasi penting, pemodelan, pemilihan konsep, hingga interpretasi hasil. Aktivitas ini melatih kemampuan transfer pengetahuan dari situasi belajar ke situasi baru. Peningkatan indikator aplikasi konsep ini sejalan dengan penelitian yang menyatakan bahwa PBL efektif meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan pemahaman konsep karena mahasiswa belajar melalui pengalaman menyelesaikan masalah yang relevan (Putri et al., 2019; Sari & Surya, 2022).

Dengan demikian, PBL membantu mahasiswa tidak hanya “bisa menghitung”, tetapi juga “tahu kapan dan mengapa konsep digunakan”.

Secara keseluruhan, peningkatan pemahaman konsep mahasiswa menunjukkan bahwa model PBL mampu memfasilitasi pembelajaran bermakna pada mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak. Mahasiswa terlibat aktif dalam membangun pemahaman melalui diskusi kelompok, eksplorasi ide, dan penyelesaian masalah yang menuntut penalaran. Proses PBL mendorong mahasiswa untuk menguji pemahaman, mengklarifikasi konsep, serta mengintegrasikan prosedur dan interpretasi. Temuan ini sejalan dengan pandangan bahwa PBL dapat mendorong perubahan konseptual dan pemahaman yang lebih mendalam karena mahasiswa belajar melalui aktivitas pemecahan masalah dan refleksi (Hmelo-Silver, 2017; Loyens et al., 2015). Selain berdampak pada aspek kognitif, PBL juga memberi dampak pada aspek keaktifan dan kemandirian belajar. Mahasiswa tidak hanya menunggu penjelasan dosen, tetapi terdorong mencari informasi, menyusun strategi, dan mempertanggungjawabkan solusi dalam diskusi.

Meskipun hasil menunjukkan peningkatan yang baik, beberapa mahasiswa masih memerlukan penguatan pada aspek aplikasi konsep, karena indikator ini memiliki ketuntasan paling rendah dibanding indikator lain. Hal tersebut wajar karena aplikasi konsep memerlukan integrasi beberapa kemampuan sekaligus, mulai dari pemahaman konteks, pemodelan matematika, pemilihan strategi, hingga interpretasi hasil. Oleh karena itu, pembelajaran berikutnya dapat memperkaya variasi masalah kontekstual dan memberi latihan interpretasi hasil, misalnya menafsirkan arah gradien, makna turunan parsial dalam perubahan laju, atau konsekuensi perubahan variabel terhadap fungsi. Dengan penguatan ini, diharapkan ketuntasan pada indikator aplikasi konsep dapat meningkat lebih tinggi dan pemahaman mahasiswa menjadi lebih stabil.

Dengan demikian, penerapan PBL pada materi gradien dan turunan parsial memberikan dampak positif pada pemahaman konsep matematis mahasiswa. PBL membantu mahasiswa membangun pemahaman melalui proses pemecahan masalah yang autentik, koordinasi berbagai representasi, serta diskusi yang mendorong klarifikasi konsep. Hasil tes yang meningkat dari pra-siklus hingga siklus II menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis masalah dapat menjadi alternatif yang efektif untuk meningkatkan kualitas pembelajaran kalkulus multivariabel, baik dalam aspek konseptual, prosedural, maupun kemampuan aplikasi konsep pada situasi baru.

SIMPULAN

Penerapan model Problem Based Learning terbukti efektif dalam meningkatkan pemahaman konsep gradien dan turunan parsial mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak. Model ini mendorong keterlibatan aktif mahasiswa dan membantu membangun pemahaman konsep yang lebih bermakna.

Penerapan PBL direkomendasikan sebagai alternatif pembelajaran pada materi kalkulus yang menuntut pemahaman konseptual tinggi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak Program Studi Pendidikan Matematika yang telah mendukung pelaksanaan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Bressoud, D., Mesa, V., & Rasmussen, C. (2016). *Insights and recommendations from the MAA national study of college calculus*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Fitriani, N., & Widodo, S. A. (2021). Problem based learning dalam meningkatkan pemahaman konsep matematis mahasiswa. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 123–134.
- Hmelo-Silver, C. E. (2017). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, 29(2), 235–266.
- Loyens, S. M. M., Jones, S. H., Mikkers, J., & Van Gog, T. (2015). Problem-based learning as a facilitator of conceptual change. *Learning and Instruction*, 38, 34–42.
- Putri, R. I. I., Zulkardi, & Somakim. (2019). Penerapan problem based learning pada pembelajaran kalkulus. *Infinity Journal*, 8(1), 45–56.
- Rasmussen, C., & Ellis, J. (2018). Calculus coordination: A framework for conceptualizing students' reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(2), 135–165.
- Sari, D. P., & Surya, E. (2022). Effect of problem based learning on students' understanding of calculus concepts. *Journal of Physics: Conference Series*, 2193, 012021.
- Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2020). *Calculus: Early transcendentals* (9th ed.). Boston: Cengage Learning.
- Tall, D. (2016). *How humans learn to think mathematically* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Yew, E. H. J., & Goh, K. (2016). Problem-based learning: An overview of its process and impact on learning. *Health Professions Education*, 2(2), 75–79.
- Zandieh, M., & Rasmussen, C. (2017). Defining and developing mathematical understanding. *Educational Studies in Mathematics*, 95(3), 341–359.