

STRATEGI PENGAJARAN MATEMATIKA UNTUK MENENTUKAN AKAR-AKAR PERSAMAAN KUADRAT

Indah Purnama Putri¹, Syamsudhuha², Ihda Hasbiyati³

Program Studi Magister Matematika, Universitas Riau

Email: indahpurnamaputri20@gmail.com

Abstract

Roots of a quadrate equation $ax^2 + bx + c = 0$ can be determined by three methods, factorizing, completed quadrate, and quadrate formula. If the value of quadrate equation is bigger, the roots of a quadrate equation can be done by using quadrate formula because a bigger coefficient value is commonly difficult to be solved by factorizing. In this article, it will be discussed about other method to finish the roots of a quadrate equation, that is transformation method and method which involving the discriminant value of quadrate equation.

Key words: Quadrate equation, equation of quadrate-root, and factorization.

Abstrak

Akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat ditentukan dengan 3 metode yaitu pemfaktoran, kuadrat sempurna dan rumus kuadrat. Apabila koefisien pada persamaan kuadrat bernilai besar, akar-akar persamaan kuadrat akan diselesaikan dengan menggunakan rumus kuadrat, karena koefisien yang besar biasanya sulit dilakukan dengan metode pemfaktoran. Pada artikel ini akan dibahas metode lain dalam menyelesaikan akar-akar persamaan kuadrat, yaitu metode transformasi dan metode dengan melibatkan nilai diskriminan persamaan kuadrat.

Kata kunci: Persamaan Kuadrat, Akar-akar Persamaan kuadrat, Pemfaktoran

Dalam menyelesaikan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu pemfaktoran, membentuk kuadrat sempurna, dan rumus kuadrat. Apabila dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat tidak bisa dilakukan dengan pemfaktoran, atau koefisiennya besar maka dalam menyelesaikan akar-akar persamaan kuadrat akan digunakan rumus kuadrat.

Rumus kuadrat bukan satu-satunya cara dalam menentukan akar-

akar persamaan kuadrat yang koefisiennya besar. Persamaan kuadrat masih dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep pemfaktoran, ataupun menggunakan konsep-konsep lain yang berhubungan dengan persamaan kuadrat dalam menyelesaikan akar-akar persamaan kuadrat.

Penyelesaian akar-akar persamaan kuadrat salah satunya dikemukakan oleh William A. Donnel [1], memaparkan bahwa persamaan kuadrat dengan koefisien bulat dapat difaktorkan terhadap bilangan bulat,

diskriminannya sama dengan kuadrat sempurna. Koefisien b pada persamaan kuadrat dapat dibagi menjadi jumlah dari dua bilangan bulat yang hasil kalinya sama dengan hasil kali bilangan pada koefisien a dengan konstanta. Dengan menentukan dua bilangan yang memiliki nilai penjumlahan sama dengan nilai b , kemudian menyederhanakan bentuk persamaan kuadrat berdasarkan dari nilai dua bilangan yang diperoleh maka akar-akar persamaan kuadrat dapat ditentukan.

Berdasarkan dari metode yang dikemukakan oleh William A. Donnel penulis tertarik untuk menulis strategi pengajaran matematika dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat, terutama untuk persamaan kuadrat yang koefisiennya memiliki nilai yang besar, sehingga sulit untuk difaktorkan secara langsung.

Strategi yang akan dikemukakan dalam menyelesaikan persamaan kuadrat, masih menggunakan konsep-konsep yang masih dalam cakupan materi persamaan kuadrat. Dalam hal ini diharapkan dapat mengubah pandangan siswa terhadap penggunaan rumus matematika, bahwa dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika tidak harus terfokus pada rumus yang sudah ada pada buku matematika saja, tetapi dengan konsep yang ada penyelesaian matematika dapat diselesaikan dengan cara yang berbeda.

METODE

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu menggunakan teorema-teorema yang

berlaku pada faktorisasi trinomial dan konsep persamaan kuadrat. Hal ini dikarenakan dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat yang koefisiennya besar tidak terlepas dari konsep pemfaktoran maupun hasil jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum menentukan akar-akar persamaan kuadrat, terlebih dahulu dapat ditentukan tanda dari akar-akar persamaan kuadrat, atau disebut juga dengan aturan tanda. Berikut aturan tanda dari akar-akar persamaan kuadrat;

- 1) Persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, jika a dan c memiliki tanda yang sama, maka:
 - a) Jika a dan b memiliki tanda yang sama maka akar-akar persamaan kuadrat merupakan akar-akar yang negatif.
 - b) Jika a dan b memiliki tanda yang berbeda, maka akar-akar persamaan kuadrat merupakan akar-akar yang positif.
- 2) Persamaan $ax^2 + bx + c = 0$, jika a dan c berlawanan, kedua akar akan berlawanan tanda.

Setelah menentukan aturan tanda, persamaan kuadrat dapat diselesaikan. Berikut metode dalam menyelesaikan akar-akar persamaan kuadrat.

1. Metode Transformasi

Metode transformasi merupakan metode yang dilakukan dengan menyederhanakan bentuk $ax^2 + bx + c = 0$, menjadi persamaan

baru dengan $a = 1$, sehingga diperoleh $x^2 + bx + (a \times c) = 0$. Persamaan asli dan persamaan baru merupakan dua persamaan yang berbeda yang memiliki nilai akar-akar yang berbeda, namun keduanya dapat berhubungan melalui suatu variabel. Misalkan

$$y = ax, x = \frac{y}{a},$$

dengan mensubstitusikan nilai x kedalam persamaan asli maka akan diperoleh nilai akar-akar

$$\text{persamaan kuadrat } x_1 = \frac{y_1}{a}, x_2 = \frac{y_2}{a}.$$

Sebagai contoh akan diselesaikan persamaan $21x^2 + 50x + 24 = 0$, diubah menjadi $x^2 + 50x + 504 = 0$, menurut aturan tanda persamaan kuadrat akar-akarnya bernilai negatif maka nilai-nilai faktornya dari $504 : (-1, -504), (-2, -252), (-3, -168), (-4, -128), (-6, -84), (-8, -63), (-9, -56), (-12, -42), (-14, -36)$.

Dari nilai faktor didapat $-14 + (-36) = -50 = -b$, maka faktornya -14 dan -36 , misalkan nilai faktor tersebut y_1 dan y_2 selanjutnya dapat ditentukan akar-akar persamaan kuadrat dengan cara :

$$x_1 = \frac{y_1}{a} = -\frac{14}{21} = -0,67 \quad \text{dan}$$

$$x_2 = \frac{y_2}{a} = -\frac{36}{21} = -1,71$$

2. Pengajaran Persamaan Kuadrat dengan Konsep Pemfaktoran.

Selain menggunakan rumus kuadrat, persamaan kuadrat yang nilai koefisiennya besar dapat juga diselesaikan dengan menggunakan konsep pemfaktoran dengan bantuan tabel faktor. Faktor yang akan ditentukan adalah hasil perkalian dari nilai $a \times c$.

Misalkan 2 faktor dari hasil $a \times c$, adalah A dan B maka nilai $A+B = b$ (koefisien b). Berikut akan dijabarkan langkah-langkah dalam menentukan akar-akar persamaan kuadrat.

Diketahui :

$$ax^2 + bx + c = (ex + f)(gx + h), \quad \text{ini}$$

$$\text{berarti } x_1 = -\frac{f}{e}, x_2 = -\frac{h}{g},$$

Misal

$$e = a + A, \text{ dan } f = c + B.$$

Penyelesaian:

$$ax^2 + bx + c = (ex + f)(gx + h),$$

$$= exgx + exh + fgx + fh,$$

$$= (eg)x^2 + (eh + fg)x + fh,$$

$$= (eg)x^2 + (A + B)x + fh.$$

Maka diperoleh $A = eh$ dan $B = fg$, selanjutnya dapat ditentukan nilai g dan h yaitu;

$$A = e \times h,$$

$$= (a + A)h,$$

$$h = \frac{a}{a + A},$$

dan

$$B = f \times g,$$

$$= (c + B) \times g,$$

$$g = \frac{B}{c + B}.$$

Selanjutnya substitusikan persamaan 1 dan persamaan 2 kedalam nilai

$$x_1 = -\frac{f}{e}, x_2 = -\frac{h}{g}, \quad \text{maka didapat}$$

akar-akar persamaan kuadrat adalah

$$x_1 = -\frac{c+B}{a+A}, \text{ dan } x_2 = -\frac{A(c+B)}{B(a+A)}.$$

Contoh: persamaan kuadrat

$2x^2 + x - 5 = 0, a \times c = -10$, akan ditentukan faktor -10 dengan menggunakan tabel, sebagai berikut:

Tabel 1.

$ac = -10$		
A	B	Jumlah
1	-10	-9
2	-5	-3
3	-3.3	-0.333
4	-2.5	1.5
5	-2	3
6	-1.7	4.333
7	-1.4	5.571
8	-1.3	6.75
9	-1.1	7.89
10	-1	9

Tabel 2.

ac		
A	B	Jumlah
3.1	-3.23	-0.13
3.2	-3.13	0.075
3.3	-3.03	0.27
3.4	-2.94	0.45
3.5	-2.86	0.64
3.6	-2.78	0.82
3.7	-2.7	0.97
3.8	-2.63	1.16
3.9	-2.56	1.36
4	-2.5	1.5

Dari hasil pemfaktoran didapat faktor yang memenuhi nilai b adalah 3,7-2,7=1 sehingga diperoleh akar-akar persamaan kuadrat $x_1 = 1,35$ dan $x_2 = -1.85$.

3. Menentukan Akar-akar Persamaan Kuadrat Menggunakan Diskriminan Penyelesaian persamaan kuadrat dapat diselesaikan dengan melibatkan nilai diskriminannya (D), misal persamaan $ax^2 + bx + c = ax^2 + (A + B)x + c = 0$ dengan A dan B merupakan faktor-faktor dari persamaan kuadrat jadi $b = A + B$, sehingga berdasarkan teorema pada faktorisasi trinomial[1], maka nilai dari masing-masing faktor adalah

$$A = \frac{b-D}{2}, B = b - A, \text{ dengan}$$

mensubstitusikan nilai A dan B kedalam nilai maka didapat cara menentukan penyelesaian akar-akar persamaan kuadrat dengan cara yang berbeda yaitu :

$$x_1 = -\frac{c+B}{A+a} = -\frac{2c+b+D}{b-D+2a}.$$

dan

$$x_2 = -\left(\frac{p}{a}\right) = -\left(\frac{b-D}{2a}\right).$$

Contoh: Diberikan persamaan $24x^2 + 59x + 36 = 0$, maka akan ditentukan akar-akar sebagai berikut:

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac = 59^2 - 4(24)(36) \\ &= 3481 - 3456 \\ &= 25 \\ &= 5^2 \end{aligned}$$

$$x_1 = -\frac{2(36) + 59 + 5}{59 - 5 + 2(24)} = -1,333$$

dan $x_2 = -\left(\frac{59 - 5}{48}\right) = -1,125.$

SIMPULAN

Penyelesaian persamaan kuadrat tidak terfokus pada 3 cara yang sudah

DAFTAR RUJUKAN

- Donnel WA. 2010. *Elementary Theory Of factoring Trinomials With Integer Coefficient Over The Integers*. International Journal Of Mathematical Education in Science and technology.
- Lial ML.,Hornsby J.,McGinnis T. 2012. *Algebra For College Students 7th Edition*. Pearson Education.
- Stroud,K.A.. 2003. *Matematika Teknik*. Jakarta: Erlangga.
- Tampomas Husein. 2007. *Seribu Pena Matematika Jilid 1 untuk SMA/MA Kelas X*. Jakarta: Erlangga.
- Tim Penulis. 2013. *Matematika Kelas X*. Kementrian Pendidikan danKebudayaan Republik Indonesia. Jakarta

ada sebelumnya yaitu pemfaktoran kuadrat sempurna dan rumus kuadrat, dengan konsep yang sudah ada dapat dikembangkan strategi dalam menyelesaikan akar-akar persamaan kuadrat melalui metode-metode baru. Metode transformasi salah satu metode sederhana yang menggunakan konsep pemfaktoran, dengan menentukan faktor-faktor dari koefisien persamaan kuadrat dan menentukan jumlah faktor sama dengan nilai $-b$, maka persamaan kuadrat dapat diselesaikan.

Bagi pembaca yang tertarik dengan penelitian ini, disarankan untuk membahas tentang akar-akar persamaan kubik.